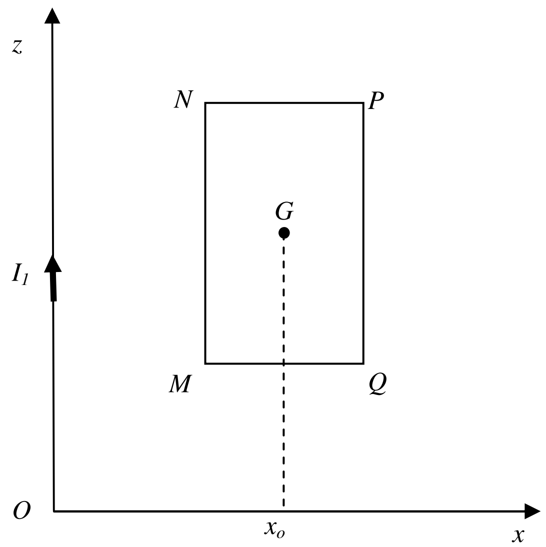
Institut National Polytechnique
Cycle Préparatoire -1ère année
Examen de Magnétisme du 23 Avril 2013, durée : 1 h 30

Aucun document ni calculatrice n'est autorisé.

On rappelle que les correcteurs sont sensibles à la lisibilité des copies, à l'orthographe ainsi qu'au style, lequel -en aucun cas-ne doit être télégraphique.

Exercice I : Force de Laplace et induction d'un cadre conducteur

On considère, dans le plan xOz d'un référentiel $\mathcal{R} = (O, xyz)$, un cadre $(\mathcal{C}) = (MNPQ)$, tel que $\overrightarrow{MN} = 2b\overrightarrow{e_z}$ et $\overrightarrow{NP} = 2a\overrightarrow{e_x}$. Le centre de symétrie G de $(\mathcal{C})$ est, à l'instant initial, à la distance $x_o > a$ de l'axe Oz. On choisira le sens de parcours sur $(\mathcal{C})$ tel que la normale à la surface ouverte s'appuyant sur $(\mathcal{C})$ est $\overrightarrow{e_y}$.



On positionne sur l'axe Oz un fil rectiligne infini $(\mathcal{F})$, parcouru par un courant d'intensité I_1, suivant les z croissants.
μ_o est la perméabilité magnétique du vide.

1. Calculer à l'aide du système de coordonnées adéquat le champ magnétique en un point M quelconque de l'espace par le rectiligne infini $(\mathscr{F})$.

2. Dans la suite de l'exercice, on ne considérera que le plan du cadre xOz. En déduire alors le champ magnétique en fonction de x et $\vec{e}_y$.

3. **Le cadre est immobile et est parcouru par un courant I_2 dans le sens $M \rightarrow N \rightarrow P \rightarrow Q$.** D'après la symétrie du problème, les forces de Laplace sur les côtés NP et MN se compensent.

a. Déterminer la force de Laplace $\overrightarrow{F_{MN}}$ s'exerçant sur le côté MN du cadre.

b. Déterminer la force de Laplace $\overrightarrow{F_{PQ}}$ s'exerçant sur le côté PQ du cadre.

c. En déduire la résultante des forces de Laplace $\overrightarrow{F_L}$ s'exerçant sur le cadre.

d. Le cadre étant libre de se mouvoir, expliquer, par un raisonnement simple sur le flux, comment va se déplacer le cadre.

4. **Plus aucun courant ne circule dans le cadre ($I_2 = 0$). Le courant d'intensité I_1 est stationnaire.**

a. Le cadre est animé d'une vitesse $\overrightarrow{V_o} = V_o \overrightarrow{e_x}$, avec V_o constante positive.

i. Déterminer le champ électromoteur en un point M quelconque du plan xOz.

ii. Déterminer la force électromotrice d'induction dans $(\mathscr{C})$.

iii. Préciser le sens du courant induit dans $(\mathscr{C})$. Justifier.

b. Le cadre est animé d'une vitesse $\overrightarrow{V_o} = V_o \overrightarrow{e_z}$, avec V_o constante positive.

i. Déterminer le champ électromoteur en un point M quelconque du plan xOz.

ii. Déterminer la force électromotrice d'induction dans $(\mathscr{C})$. Aurait-on pu prévoir ce résultat ?

Exercice II : Barreau conducteur dans un solénoïde

On considère un solénoïde infini d'axe *Oz,* de rayon *R*, comportant *n* spires jointives par mètre et parcouru par le courant d'intensité $i(t) = I_m \cos\omega t$ pris dans le sens $+\vec{e}_\varphi$. On travaille dans le cadre de l'approximation des régimes quasi stationnaires et on donne alors le champ uniforme à l'intérieur du solénoïde : $\vec{B}_\infty(t) = \mu_0\, n\, i(t)\vec{e}_z$ où μ_o est la perméabilité magnétique du vide.

1. Calcul du champ électromoteur à l'intérieur du solénoïde $\vec{E}_{\text{int}}(M,t)$.

a. Etudier les symétries et invariances du potentiel vecteur $\vec{A}(M,t)$ créé par le solénoïde.

b. Donner la relation locale qui relie $\vec{A}$ et $\vec{B}_\infty$.

c. Donner la forme intégrale de la relation précédente en précisant le lien entre les domaines d'intégration.

d. En vous appuyant sur la question précédente, exprimer le potentiel $\vec{A}_{\text{int}}(M,t)$ à l'intérieur du solénoïde en fonction de μ_0, *n*, I_m, ω, *t* et *ρ*.

e. Donner l'expression du champ $\vec{E}_{\text{int}}(M,t)$, qui correspond ici au champ électromoteur de Neumann, en fonction de $\vec{A}_{\text{int}}(M,t)$.

2. Calcul de la puissance dissipée dans un barreau conducteur.

On considère un barreau cylindrique de conductivité *γ*, d'axe *Oz*, de longueur *l* et de rayon $a < R$ à l'intérieur du solénoïde (même axe *Oz*).

a. Donner la loi de Joule locale en notant $\mathrm{d}P_J(t)$ la puissance instantanée dissipée dans le volume élémentaire $\mathrm{d}V$ du barreau en fonction des champs $\vec{E}_{\text{int}}(M,t)$ et courant $\vec{J}(M,t)$ dans le volume.

b. En vous appuyant sur la loi d'Ohm que vous énoncerez, exprimer $\mathrm{d}P_J(t)$ en fonction du champ électromoteur et de la conductivité γ.

c. Exprimer la puissance instantanée $P_J(t)$ dissipée dans le barreau en fonction de *γ*, *a*, *l*, μ_0, *n*, I_m, ω, et *t*.